

C-3 進捗テスト 2回目 解答編

第1問

$A = x^2 + ax + b, B = x^2 + x + 1$ のとき、

$$A^2 - B^2 = ?$$

① $\{(a-1)x + (b-1)\}\{x^2 + (a+1)x + b\}$ ② $\{(a-1)x + (b-1)\}\{2x^2 + (a+1)x + b + 1\}$

③ $\{(a-1)x + (b-1)\}\{3x^2 + (a+1)x + b - 1\}$

②

$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ と変形して代入するだけ!

第2問

$x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ であるとき、

$$3x^2 - 5xy + 3y^2 = ?$$

①9 ②16 ③25

③

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ y &= \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

よって、 $3x^2 - 5xy + 3y^2 = 3(x^2 + y^2) - 5xy$

$$\begin{aligned} &= 3(x + y)^2 - 11xy \\ &= 3(2\sqrt{3})^2 - 11 \times 1 \\ &= 25 \end{aligned}$$

第3問

$$\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \text{ のとき、}$$

$$(i) \alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = ?$$

- ① $10\sqrt{13}$ ② $15\sqrt{13}$ ③ $20\sqrt{13}$

①

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \text{ より、} \\ \frac{1}{\alpha} &= \frac{2}{3 + \sqrt{13}} = \frac{2}{3 + \sqrt{13}} \times \frac{3 - \sqrt{13}}{3 - \sqrt{13}} = \frac{6 - 2\sqrt{13}}{9 - 13} = \frac{6 - 2\sqrt{13}}{-4} = \frac{\sqrt{13} - 3}{2} \\ \text{よって、} \alpha + \frac{1}{\alpha} &= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + \frac{\sqrt{13} - 3}{2} = \sqrt{13} \\ \text{また、} \alpha - \frac{1}{\alpha} &= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{13} - 3}{2} = 3 \\ \text{以上より、} \alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} &= \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^3 - 3\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) = (\sqrt{13})^3 - 3 \times \sqrt{13} = 10\sqrt{13} \end{aligned}$$

$$(ii) \alpha^3 - \frac{1}{\alpha^3} = ?$$

- ① 25 ② 36 ③ 49

②

$$\alpha^3 - \frac{1}{\alpha^3} = \left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^3 - 3\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) = 3^3 - 3 \times 3 = 36$$

第4問

放物線 $y = 2x^2 + 8x + 1$ の頂点の座標は？

- ①(2,7) ②(-2,7) ③(-2,-7)

③

$$y = 2x^2 + 8x + 1 = 2(x^2 + 4x) + 1 = 2(x+2)^2 - 7$$

第5問

2次関数 $y = x^2 - 2x - 2$ を考える。 x が $0 \leq x \leq 3$ を満たすとき次の問いに答えよ。

(i) この2次関数のグラフを選べ。

②

(ii) $x = ?$ の時最小値をとるか？

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$

①

$$y = x^2 - 2x - 2 = (x-1)^2 - 3 \text{より頂点は}(1, -3)$$

この放物線は上に凸なので選択肢から頂点に近いものが最小値となる。
よって $x = 1$ のとき最小値をとる。

(iii) $x = ?$ の時最大値をとるか？

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$

③

今度は逆ですね。

上に凸の放物線は頂点から遠い方が最大値になります。
よって $x = 3$ のとき最大値をとる。

第6問

単位円を見て、それぞれ問いに答えよ。

(i)この下の図の単位円の赤線と同じことを示しているものを選べ。

- ① $OP \times \sin 30^\circ$ ② $OP \times \cos 30^\circ$ ③ $OP \times \tan 30^\circ$

①

(ii)この下の図の単位円の赤線と同じことを示しているものを選べ。

- ① $OP \times \sin 60^\circ$ ② $OP \times \cos 60^\circ$ ③ $OP \times \tan 60^\circ$

①